

## 2. Obtekanie telies

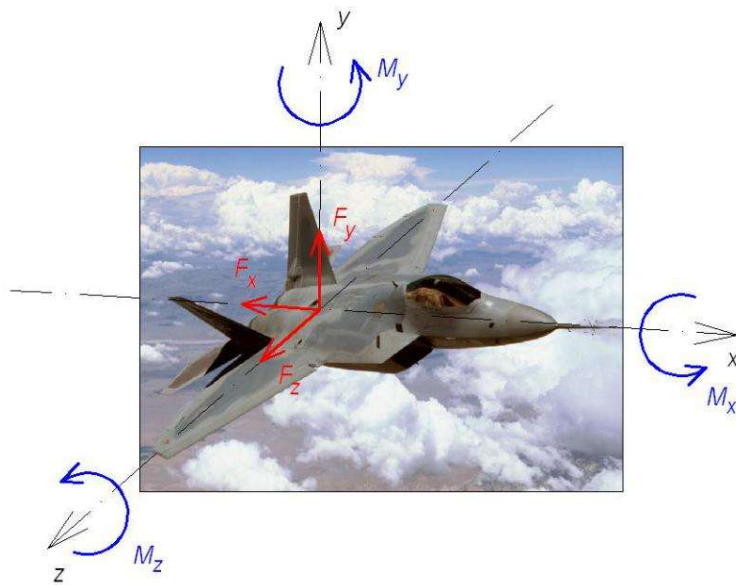
Určenie síl pôsobiacich na obtekané telesá patri k praktickým úlohám mechaniky tekutín. Aplikuje sa nielen v letectve, automobilovom priemysle, energetike, vodohospodárstve, ale i v stavebníctve pri riešení som silových účinkov na budovy, mostné konštrukcie, komíny, apod. Experimentálne skúmanie tohto problému prebieha v aerodynamických tuneloch. Tieto experimenty sú v súčasnosti neodmysliteľnou súčasťou konštrukčnej a projektovej praxe. Z dôvodov veľkej finančnej a časovej náročnosti skúšok sa do popredia dostáva tiež numerické modelovanie týchto problémov pomocou programových systémov, súhrnne označovaných ako CFD (Computational Fluid Dynamics) [8].

### 2.1. Sily pôsobiace na obtekané telesá

Pri obtekaní telies či pohybe telesa v skutočnej (viskóznej) tekutine vznikajú sily a momenty, ktoré pôsobia na samotné teleso.

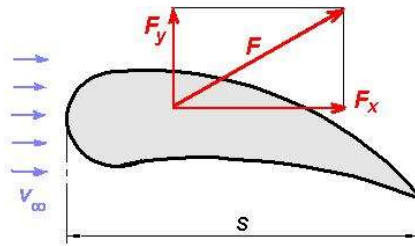
Výslednú silu a moment je možné rozložiť na tri zložky: **odpor**  $F_x$ , **vztlak**  $F_y$  a **bočnú silu**

$F_z$  a moment **klopivý**  $M_z$ , **klonivý**  $M_x$  a **zatáčavý**  $M_y$ , ako je to znázornené na príklade obtekania lietadla na Obr. 27. Veľkosť týchto síl a momentov závisí na geometrii (tvare) telesa, jeho polohe vzhľadom k smeru prúdenia a na podmienkach prúdenia (rýchlosti, viskozite, hustote). [8].



Obr. 27 Sily a momenty pôsobiace na obtekané teleso

Pri symetrickom obtekaní telies potom budú niektoré z týchto zložiek rovné nule (bočná sila  $F_z$ , klonivý moment  $M_x$  a zatáčavý moment  $M_y$ ). Príkladom môžu byť sily, ktoré vyvoláva tekutina na obtekaný letecký profil. Tie je možno rozložiť na zložku rovnobežnú so smerom pohybu (**odpor**) a na zložku kolmú k smeru pohybu (**vztlak**). Výsledná sila sa označuje ako hydraulická, resp aerodynamická, (Obr. 28.) [8].



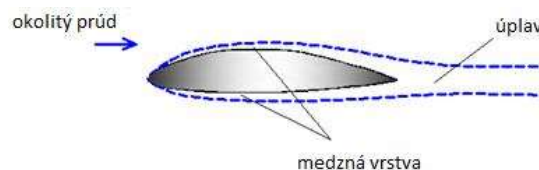
Obr. 28 Sily na obtekaný letecký profil

Silu odporu  $F_x$ , vztlakovú silu  $F_y$  a výslednú aerodynamickú silu  $F$  [N] určíme zo vzťahu

$$F_x = F_o = c_x S \rho \frac{v^2}{2}, F_y = F_v = c_y S \rho \frac{v^2}{2}, F = F = c S \rho \frac{v^2}{2} \quad (2.1)$$

kde  $c_x$  je súčiniteľ odporu,  $c_y$  súčiniteľ vztlaku,  $c$  súčiniteľ výslednej aerodynamickej sily,  $S$  charakteristická plocha obtekaného telesa,  $p_d = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2$  je dynamický tlak.

Pri obtekaní reálnych telies konečnej hrúbky, symetrických k vektoru rýchlosti  $v_\infty$ , sú všetky zložky síl okrem odporu  $F_x$  nulové. Teoretické stanovenie odporu telesa  $F_x$  je obtiažne, najmä, ak sa nachádza teleso v rozľahlom prúde tekutiny. Pritom napríklad pokus o zjednodušenie tejto úlohy použitím ideálnej tekutiny namiesto skutočnej (tj. zanedbania viskozity) nevedie k správne výsledku. Ak vykonávame výpočet s modelom neviskózne tekutiny, dostávame nulový odpor, čo je v rozpore s našou skúsenosťou (D'Alembertov paradox), pretože aj pri obtekaní telies vzduchom, ktorý má veľmi malú viskozitu, vzniká vždy odpor, tj. zložka paralelná s vektorom rýchlosti. Riešenie týchto úloh sa preto najčastejšie realizuje pomocou rôznych fyzikálnych experimentov. Týmto spôsobom bolo zistené, že pri veľkých Reynoldsových číslach siaha vplyv viskozity len do malej vzdialenosti od povrchu telesa. Táto časť prúdu bola nazvaná **medzná vrstva**. Tiež bolo zistené, že častice prúdu, ktoré prejdú medznou vrstvou tvoria za obtekaným telesom **úplav**, vid' Obr. 29 [3] [8].

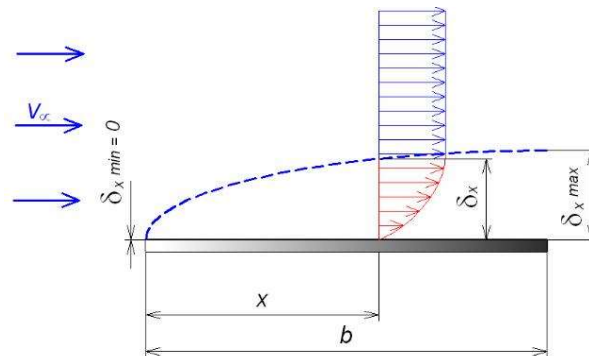


Obr. 29 Schéma prúdového poľa

## 2.2. Medzná vrstva

Ako už bolo uvedené, na každom telese okolo ktorého prúdi tekutina, alebo ktoré sa samo v tekutine pohybuje, vzniká vplyvom viskozity tenká vrstva zabrzdenej tekutiny – medzná vrstva. Táto vrstva môže mať niekoľko podôb. Najjednoduchší prípad medznej vrstvy vzniká na tenkej doske umiestnenej paralelne s prúdom tekutiny (Obr. 30), v ktorej je v celom jej objeme konštantný tlak. Medzná vrstva vzniká tak, že tekutina k stene prilne  $v_0 = 0$ .

Vplyvom viskozity sa zabrzdia najbližšie vrstvy tekutiny na povrchu dosky. Rýchlosť s odľahlosťou od steny narastá až na hodnotu rýchlosti nenarušeného prúdu  $v_\infty$ . Tato hrúbka "zabrzdenej" tekutiny  $\delta_x$  je pri **nábehovej hrane** nulová a na **odtokovej hrane** je maximálna (Obr. 30) [8] [3].

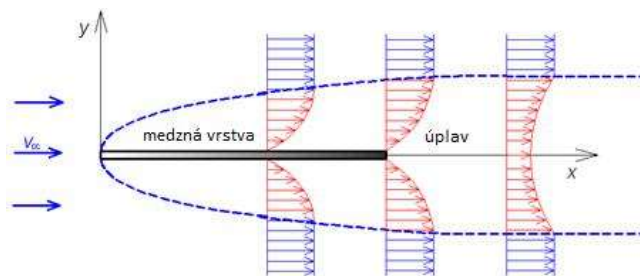


Obr. 30 Schematické zobrazenie medznej vrstvy

V medznej vrstve a oblasti okolo dosky (Obr. 31) nie sú prúdnicie paralelné priamky, ale tvoria mierne sa rozbiehajúci zväzok. Hranice medznej vrstvy nie sú zhodné s prúdnicami. Zložka rýchlosti kolmá k doske je omnoho menšia než rýchlosť voľného prúdu  $v_\infty$  a je možné ju

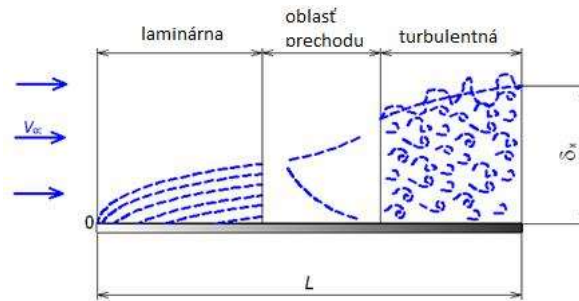
zanedbať. Mimo medznej vrstvy je všade rýchlosť takmer konštantná, teda  $\frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y^\infty} \equiv 0$  a preto

i šmykové napätie je tu rovné nule, bez ohľadu na viskozitu tekutiny. **Mimo medznej vrstvy sa môže počítať s Bernoulliho rovnicou pre ideálnu tekutinu. V medznej vrstve však musíme s viskozitou uvažovať** [3].



Obr. 31 Medzná vrstva na doske

Medznú vrstvu ďalej ovplyvňuje skutočnosť, že prúdenie v nej môže byť buď **laminárne** alebo **turbulentné** (Obr. 32). V prednej časti je **medzná vrstva laminárna**, v zadnej **turbulentná**, a medzi nimi je **prechodová oblasť**. Okamžitá hranica turbulentnej medznej vrstvy – plná nepravidelná krivka - sa s časom mení. Stredná hrúbka turbulentnej medznej vrstvy je zakreslená čiarkovane.



Obr. 32 Zmiešaná medzná vrstva na doske

Kritérium pre stanovenie prechodu laminárnej medznej vrstvy na turbulentnú je opäť Reynoldsovo číslo, ktorého hodnota sa mení so stupňom turbulencie prúdu.

$$Re_x = \frac{v_\infty x}{\nu} \quad (2.2)$$

Jeho kritická hodnota sa spravidla udáva

$$Re_k = \frac{v_\infty x_k}{\nu} = 5 \cdot 10^5, \quad (2.3)$$

kde  $x_k$  je vzdialenosť od nábehovej hrany, v ktorej laminárna medzná vrstva prechádza do turbulentnej. Odpor v turbulentnej medznej vrstve je väčší než v laminárnej, čo sa prejaví na hodnote koeficientu odporu  $c_x$ . Pri riešení trecieho odporu na doske sa výpočet hrúbky medznej vrstvy  $\delta_x$  a súčiniteľa odporu  $c_x$  hladkej dosky rovnobežnej so smerom prúdu riadia vzťahmi odlišnými pre oblasti laminárneho a turbulentného prúdenia a zmiešanej oblasti, uvedenými v nasledujúcej tabuľke [3]:

| druh medznej vrstvy | hrúbka medznej vrstvy                                   | súčiniteľ odporu dosky                                   | pozn.               |
|---------------------|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------|
| laminárna           | $\delta_x = \frac{3,46x}{\sqrt{Re_x}}$                  | $c_x = \frac{1,33}{\sqrt{Re_L}}$                         | $Re_x \ll Re_k$     |
| turbulentná         | $\delta_x = \frac{0,37x}{\sqrt[4]{Re_x}}$ pre $x > x_k$ | $c_x = \frac{0,074}{\sqrt[4]{Re_L}}$                     | $Re_x \gg Re_k$     |
| zmiešaná            | $\delta_x = \frac{3,46x}{\sqrt{Re_x}}$ pre $x < x_k$    | $c_x = \frac{0,074}{\sqrt[4]{Re_L}} - \frac{1700}{Re_L}$ | $Re_x \approx Re_k$ |

Pozn.  $Re_L = Re_x$  pre  $x = L$ , kde  $L$  je dĺžka dosky.

V okrajovej podmienke rovnice pre turbulentnú medznú vrstvu sa pri odvodení rovnice predpokladalo, že turbulentná medzná vrstva sa začne vytvárať hneď od nábežnej hrany. V skutočnosti je na určitej počiatkovej dĺžke medzná vrstva laminárna a až po dosiahnutí kritickej hodnoty Reynoldsovho čísla -  $Re_{krit}$  prechádza na turbulentnú. Túto skutočnosť je možné rešpektovať korekciou rovnice v tvare [8].

$$c_x = \frac{0,074 \cdot A}{\sqrt[3]{Re_L}} \quad (2.4)$$

A – korekčný parameter, ktorý je funkciou kritického Reynoldsovho čísla

| A                     | 300    | 600              | 1050           | 1700             | 3300   | 8700           |
|-----------------------|--------|------------------|----------------|------------------|--------|----------------|
| $Re = \frac{vL}{\nu}$ | $10^5$ | $1,9 \cdot 10^5$ | $3 \cdot 10^5$ | $5,3 \cdot 10^5$ | $10^6$ | $3 \cdot 10^6$ |

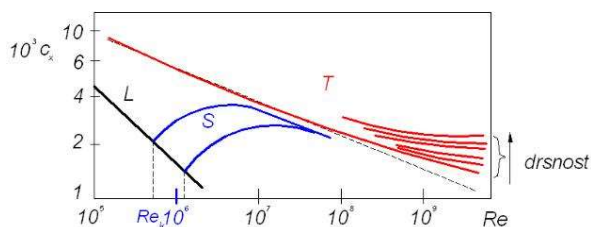
Ak nabiehajúci prúd tekutiny je turbulentný, alebo je prúd laminárny, ale pred dosku umiestnime turbulizátor, napr. sito, drôt, apod., potom medzná vrstva je už od nábehovej hrany turbulentná a jej odpor je vyšší.

Odpor dosky paralelnej s prúdom vypočítame z už známeho vzťahu

$$F_x = c_x S \rho \frac{v_\infty^2}{2}, \quad (2.5)$$

kde  $\frac{\rho v^2}{2} = p_d$ , tj. dynamický (resp. kinetický) tlak,  $S$  je obtekaná plocha dosky,  $\rho$  je hustota tekutiny,  $c_x$  je súčiniteľ odporu .

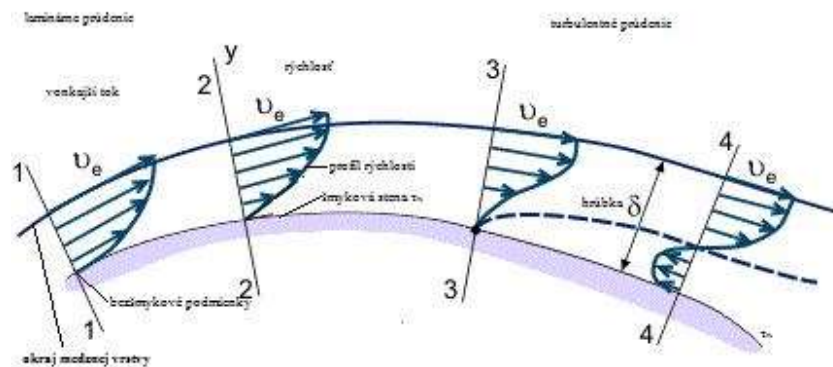
Závislosť súčiniteľa odporu  $c_x$  tenkej dosky na Reynoldsovom čísle je na Obr. 33. Pretože je diagram vynesovaný v logaritmických súradniciach, je závislosť súčiniteľa odporu laminárnej medznej vrstvy znázornená priamkou „L“ rovnako ako súčiniteľa odporu turbulentnej medznej vrstvy pre hladkú dosku čiarkovanou priamkou „T“ s menším sklonom. Skutočné hodnoty súčiniteľa odporu v turbulentnej medznej vrstve budú pri vyšších hodnotách  $Re$  (nad  $10^7$ ) vyššie a sú znázornené plnou krivkou. V turbulentnej oblasti je odpor závislý i na drsnosti dosky a s rastúcou drsnosťou rastie i súčiniteľ odporu. Krivky pre zmiešanú vrstvu „S“ (je ich viac podľa veľkosti  $Re$ ) sa asymptoticky blížia krivkám súčiniteľa odporu turbulentnej medznej vrstvy, pretože pri rastúcich Reynoldsových číslach je časť plochy dosky s laminárnou medznou vrstvou stále menšia.



Obr. 33 Závislosť súčiniteľa odporu tenkej dosky na Reynoldsovom čísle: L - laminárna medzná vrstva, S - zmiešaná medzná vrstva, T - turbulentná medzná vrstva [8].

## 2.3. Odtrhnutie prúdu

Pri obtekaní rovinatej dosky sa statický tlak pozdĺž dosky nemení  $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ . Iná situácia nastáva pri obtekaní telies zaoblených (napr. valec, guľa, letecký profil apod.), kde dochádza k zmene rýchlosti na povrchu telesa a pretože platí Bernoulliho rovnica, mení sa i tlak. Sledujme prúdenie na zakrivenom povrchu (Obr. 34). Predpokladajme, že sa tlak vonkajšieho prúdu pozdĺž povrchu na začiatku znižuje a v bode 2 dosiahne minimum, potom sa tlak začína zväčšovať. V prvom úseku je tlakový gradient záporný  $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ , rýchlosť vo vnútri medznej vrstvy sa zväčšuje. V druhom úseku je tlakový gradient kladný  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$  a rýchlosť vo vnútri medznej vrstvy sa znižuje [25].



Obr. 34 Vznik medznej vrstvy na pevnom povrchu [2]

V oblasti rastúceho tlaku sú častice tekutiny brzdené, a to vnútorným trením, ale tiež kladným tlakovým gradientom. Rýchlosť v medznej vrstve klesá, rýchlostný profil medznej vrstvy sa tým deformuje, na rýchlostnom profile vznikne **inflexný bod**, až dôjde k tomu, že rýchlostný profil zvierá so stenou pravý uhol (má smer normály) - 3. V tomto okamihu sa častice tekutiny zastavili.

V ďalšom priebehu nastáva účinkom kladného tlakového gradientu, smerujúceho proti zmyslu prúdu pri stene. Pri styku so základným prúdom sa vzdávajú pohybujuce častice od steny, čo vedie k odtrhnutiu medznej vrstvy.

O tom, či sa medzná vrstva odtrhne a v ktorom mieste, rozhoduje tlakový gradient pozdĺž povrchu telesa a tiež skutočnosť, či je v medznej vrstve prúdenie laminárne alebo turbulentné. V žiadnom prípade nemôže nastať odtrhnutie medznej vrstvy pri obtekaní zakrivenej steny v jej prvej časti. Dá sa dokázať, že poloha bodu odtrhnutia nezávisí pri laminárnej medznej vrstvy na  $Re$  čísle.

Ak je medzná vrstva turbulentná, vzniká intenzívna výmena hybnosti medzi časticami tekutiny a preto i pri zvýšenom trení častice tekutiny strácajú kinetickú energiu pomalšie. V dôsledku toho sa turbulentná medzná vrstva odtrhne neskôr ako laminárna.

## 2.4. Úplav

Medzná vrstva, ktorá sa na povrchu obtekaného telesa - profilu vytvorí sa dá veľmi zjednodušene tiež predstaviť tak, že na hornej i spodnej strane vznikajú vírové vlákna pričom zmysel rotácie vírových vlákien na hornom povrchu je opačný ako na povrchu spodnom. Vírová vlákna sú prúdiacou tekutinou unášaná za teleso, kde spomalené častice v medznej vrstve a častice z odtrhnutého prúdu vytvárajú za telesom úplav [3].

Keď je teleso obtekané bez odtrhnutia medznej vrstvy, je úplav tvorený časticami, ktoré prešli medzi vrstvou telesa a ich rýchlosť je zmenšená. V úplave nie je spätné prúdenie, je v ňom len pokračovanie spojených medzných vrstiev. V tomto prípade je tvar úplavu prakticky rovnaký tak pre laminárnu ako aj turbulentnú medznú vrstvu. V turbulentnej medznej vrstve je možné očakávať rýchlejšie rozširovanie a vyrovnanie úplavu [3].

Ak je rýchlosť nenarušeného prúdu  $v_\infty$ , rýchlosť v ľubovoľnom mieste úplavu  $v$ , preteká vrstvou hrúbky  $dy$  s jednotkovou šírkou elementárny hmotnostný prietok

$$dQ_m = \rho \cdot v \cdot dy \quad (2.6)$$

elementárny úbytok hybnostného toku je

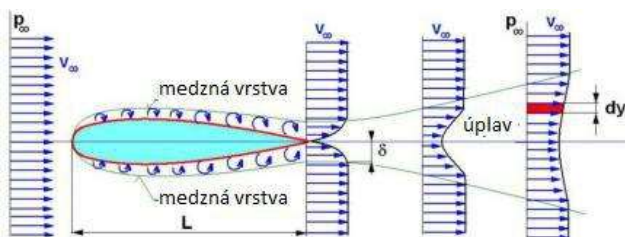
$$dH = \rho \cdot v \cdot (v_\infty - v) \quad (2.7)$$

Odpor (sila spôsobujúca úbytok hybnostného toku) je rovná celkovému úbytku hybnostného toku

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} v(v_\infty - v) dy \quad (2.8)$$

Súčiniteľ odporu  $c$ , ak vyjadríme charakteristickou plochu telesa súčinom dĺžky profilu  $L$  a jednotkovej šírky  $b = 1$  je

$$c = \frac{F}{\rho S v_\infty^2 L} = \frac{F}{\frac{1}{2} \rho v_\infty^2 L} = \frac{2}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v}{v_\infty} \left( 1 - \frac{v}{v_\infty} \right) dy \quad (2.9)$$



Obr. 35 Úplav za telesom

Na základe premerania rýchlosti v úplave, je možné určiť profilový odpor telesa, bez toho aby bolo nutné určiť meraním rozloženie tlakov na povrchu obtekaného telesa a počítať trenie medznej vrstvy. Predpokladom je, že rýchlostný profil je meraný vo vzdialenosti za telesom, kde je statický tlak vyrovnaný a má pôvodnú hodnotu ako pred telesom. Ak táto podmienka nie splnená, je nutné vykonať korekciu [3] [8].

Úplav za telesami obtekanými s odtrhnutím má iný charakter. Na zadnej strane telesa je podtlak, ktorý sa v úplave za telesom pozvoľne vyrovnáva na hodnotu tlaku vo vonkajšom prúde. Celý úplav je prestúpený vírmi, tvoriacimi sa za telesom a odnášanými prúdom tekutiny [3]. [8].

Pri podkritickom obtekaní tupých telies s laminárnym odtrhnutím prúdu sa stretávame s pravidelným usporiadaním vírov. Víry, ktoré sa vytvárajú pri stene obtekaného telesa za bodom odtrhnutia, sa odtrhnú pri stene, hneď ako dostatočne narastú a to striedavo na oboch

stranách obtekaného telesa. Za telesom v úplave sa potom zaradzujú v pravidelný dvojité rad, je to tak zvaná Kármánová vírová cesta.

Pri nadkritickom obtekaní prechádza medzná vrstva z laminárnej do turbulentnej, ustáva pravidelnosť vírov v úplave a prúdenie v úplave je nepravidelné. Z priebehu rýchlosti v úplave je zrejmé, že hybnosť prúdiacej tekutiny sa znižuje. Táto hybnosť, ktorá je odovzdaná obtekanému telesu a prejavuje sa ako tvarový (profilový) odpor telesa, môžeme určiť výpočtom z nameraného priebehu rýchlosti za telesom.