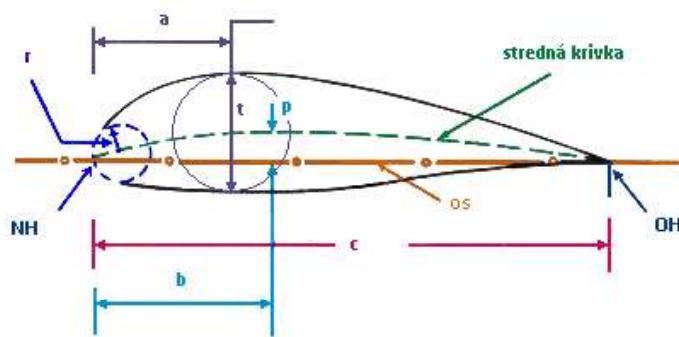


3. Nestlačiteľné prúdenie okolo profilu krídla (2D)

3.1. Geometrické charakteristiky profilu

Vhodný priebeh síl napr. nízky odpor, vysoký vztlak dosiahneme pri obtekávaných telesách voľbou vhodného tvaru. V prípade krídla je tvar daný pôdorysom a profilom krídla. Profil je rez krídlom v rovine kolmej na os krídla. Väčšina profílov má tvar nesúmernej kvapky, zakončenej hrotom. Ukončenie hrotu tvorí odtokový bod. Spojnica týchto (bodov) hrotov tvorí odtokovú hranu. Do profilu môže byť vpísaný ľubovoľný počet kružník. Spojnica stredov týchto kružník tvorí strednú krvku profilu nazývanú aj strednica. Priemer najväčšej vpísanej kružnice označujeme ako hrúbku profilu. Polomeru oskulačnej kružnice v nábehovej hrane sa hovorí polomer nábehovej hrany. Strednú krvku v nábehovej hrane predlžíme zo stredu poslednej vpísanej kružnice až do spoločného bodu obrysú profilu a jeho oskulačnej kružnice. Tento bod sa nazýva nábehový bod. Úsečka ktorá spája nábehový a odtokový bod je tetiva. Jej dĺžka c vyjadruje veľkosť profilu, hovorí sa o hlbke profilu. Z dôvodu aby sa mohli charakteristické rozmery rôznych profílov porovnávať, vyjadrujú sa bezrozmerným číslom vzťahovaným k tetive, resp. sa uvádzajú v percentoch dĺžky profilu [8] [27].



Obr. 53 Geometrické charakteristiky profilu

Charakteristické rozmery profilu sú:

- t/c – relatívna maximálna hrúbka profilu,
- a/c – relatívna poloha najväčšej hrúbky,
- p/c – relatívne maximálne prehnutie strednej krvky,
- b/c – relatívna poloha najväčšieho prehnutia strednej krvky,
- r/c – relatívny pomer nábehovej hrany.

Priebeh strednej krvky má rozhodujúci vplyv na aerodynamické charakteristiky profilu. Nekonečne tenký profil, vytvorený samotnou strednou krvkou, má vlastnosti veľmi podobné vlastnostiam hrubého profilu s rovnakou strednou krvkou. Preto je možné uvažovať o profile ako o strednej krvke „obalenej“ obalom určitého tvaru, tzv. hrúbkovou funkciou [8] [27].

Geometrické charakteristiky profílov majú značný vplyv na ich aerodynamické vlastnosti, preto ak ich poznáme pre určitý profil, môžeme jeho aerodynamické vlastnosti odhadnúť. Ak by sme menili jednu geometrickú charakteristiku napr. max. hrúbku a ostatné zachovali dostávame tzv. rad profílov. Profíly jedného radu majú podobné aerodynamické charakteristiky [8] [28].

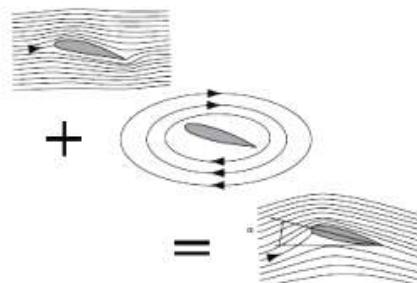
3.2. Vznik aerodynamických sín na profile

Ked' bola vytvorená teória ideálnej kvapaliny , t.j. tekutiny bez viskozity vyvodil z nej d'Alembert paradox, ktorý tvrdil, že na teleso v ideálnej tekutine nemôžu pôsobiť žiadne aerodynamické sily. Teória ideálnej tekutiny umožňovala vypočítať priebeh prúdníc okolo obtekanych telies a riešením obtekania profilu bol obraz.

Toto však nesúhlasí s realitou. Kutta-Joukowskij teorém hovorí, že vektorovým pripočítaním obtekania znázorneného je možné získať správny výsledok (Obr. 54).

Toto obtekanie má krúživý, cirkulačný charakter. Intenzitu krúživého obtekania nazval cirkuláciou rýchlosťi. Vztlak je cirkulácií rýchlosťi úmerný.

Veľkosť cirkulácie je vždy taká aby sa bod zbiehania prúdníc, ktorý je v prvom prípade na hornej strane profilu, posunul na odtokovú hranu. Predstava o cirkulácii rýchlosťi viedla k vytvoreniu vírovej teórie krídla [27] [28].



Obr. 54 Sčítanie prúdení okolo profilu

Samotný vznik vztlaku je možné vysvetliť viacerými spôsobmi:

- Pomocou cirkulácie. Na hornej strane sa rýchlosť ideálneho obtekania A zvyšuje o rýchlosť prúdenia B. Na spodnej strane sa rýchlosť znižuje. Na hornej strane je tak vyššia rýchlosť, nižší tlak (podtlak) a na dolnej strane pretlak. Súčet oboch tlakov dáva vztlak.
- Pomocou obrazu skutočného prúdenia. Častice prúdiace po hornej strane profilu musia prejsť za rovnaký čas dlhšiu dráhu, než častice prúdiace na spodnej strane. Z rozdielu rýchlosťí tak vzniká vztlak.
- Pomocou hustoty prúdníc. Podľa rovnice kontinuity sa rýchlosť zvyšuje, keď sa prietočný prierez zmenšuje a naopak. Teda v miestach, kde sú prúdnice nahustené blízko seba, bude rýchlosť vyššia a teda vzniká podtlak a na miestach, kde sú prúdnice ďaleko od seba, bude rýchlosť nižšia a teda pretlak.

V aerodynamike nízkych rýchlosťí je nesprávne sa vyjadrovať, že vzduch sa na spodnej strane zahustuje, stláča. Vztlak vzniká aj v kvapalinách, ktoré sa nemôžu stláčať. Výrazné stlačenie vzduchu na profile sa dostaví až pri vysokých rýchlosťach obtekania.

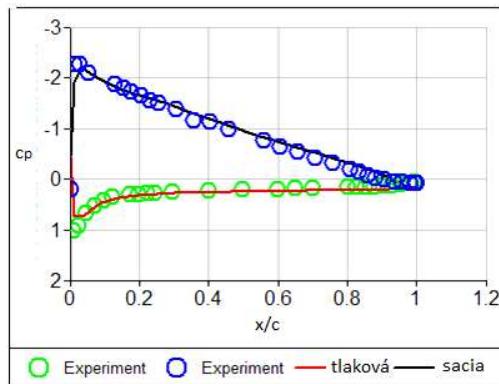
3.3. Rozloženie tlaku na profile krídla – tlakový koeficient

Pri experimentoch aj výpočtoch prúdenia okolo profilu, je tlak na povrch profilu vyjadrovaný pomocou koeficienta tlaku. Pri nestačiteľnom prúdení vychádza z Bernoulliho rovnice

$$p_\infty + \frac{1}{2} \rho_\infty v^2_\infty = p + \frac{1}{2} \rho_\infty v^2 \quad (3.1)$$

kde p a v sú lokálne hodnoty tlaku a rýchlosťi prúdu a p_∞ a ρ_∞ sú hodnoty tlaku a rýchlosťi nenuarušeného prúdu (vo veľkej vzdialosti pred profilom). Tlakový koeficient je teda

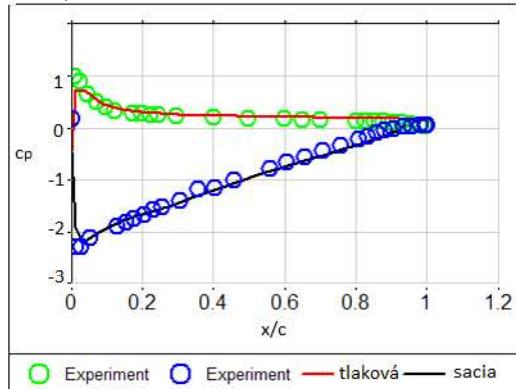
$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty v^2_\infty} \quad (3.2)$$



Obr. 55 Priebeh tlakového koeficientu na profile krídla pre uhol nábehu 7.95° [24]

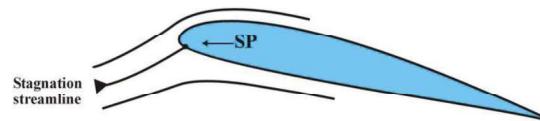
Priebeh tlakového koeficientu je vytvorený z dvoch navzájom prepojených kriviek. Os x-ová reprezentuje relatívnu vzdialenosť od nábehovej hrany v smere osi x, čiže x-ovú pozíciu na tietive. 0 je nábehová hrana a 1 odtoková hrana (tetiva má relatívnu dĺžku 1). Iba pri nízkom alfa. Spodná strana (lower side) profilu sa nazýva tlaková (pressure side) a jej zodpovedá krivka s prevažne kladným priebehom tlakového koeficientu. Horná strana (upper side) je označovaná ako sacia strana (suction side) a tlakový koeficient je prevažne záporný, môže dosahovať niekoľko násobne nižšie hodnoty tlakového koeficientu ako na tlakovej strane. Je tu podtlak [1].

Tlakový koeficient je možné zobrazovať aj spôsobom, keď hodnoty koeficientu na osi y klesajú smerom nadol. (Obr. 56)



Obr. 56 Prevrátený priebeh tlakového koeficientu na profile krídla pre uhol nábehu 7.95°

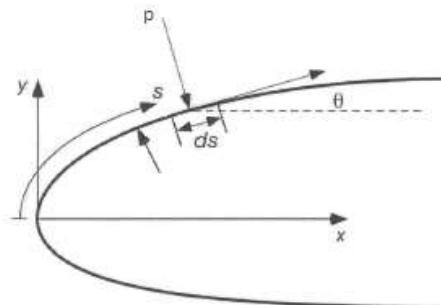
V mieste kde je hodnota tlakového koeficienta $c_p = 1$ je bod stagnácie (Obr. 57). Je to miesto s najväčším pôsobením tlaku na profil a rýchlosť prúdu je nulová. Toto miesto je zhodné s nábehovou hranou len pri uhle nábehu $\alpha = 0$.[5]



Obr. 57 Zobrazenie bodu stagnácie

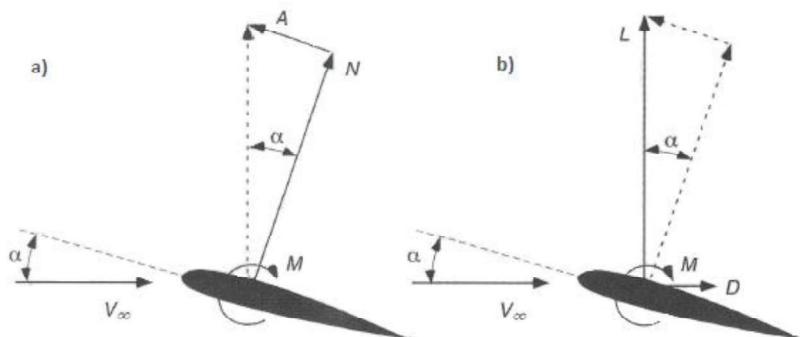
3.4. Pôsobenie aerodynamických síl na profile

Výsledné sily a momenty pôsobiace na profil sú výsledkom pôsobenia tlakovej sily a šmykového napäťia na každý element profilu podľa Obr. 58. Tieto sily sa získajú integráciou lokálnych hodnôt tlaku a šmykového napäťia pôsobiacich normálovo a paralelne k povrchu profilu [16].



Obr. 58 Pôsobenie tlaku na profil

Výsledné sily je možné rozložiť do dvoch súradných systémov a) karteziánsky tj. os x-ová je v smere tetivy, b) prúdový - os x-ová je v smere prúdu (Obr. 59)



Obr. 59 Súradné systémy na profile a) kartéziansky, b) prúdový [16]

Pri karteziánskom súradnom systéme je normállová sila kolmá k teticie a pri prúdovom systéme je vztlaková sila kolmá ku smeru prúdu.

Ak uvažujeme vo výpočte len s tlakovou silou osobitne na oboch stranách profilu, potom výpočet bude [16]

$$dN_s = -p_s \cdot ds_s \cdot \cos \theta_s \quad (3.3)$$

$$dA_s = -p_s \cdot ds_s \cdot \sin \theta_s, \quad (3.4)$$

kde θ je lokálne zakrivenie profilu.

$$dN_t = p_t \cdot ds_t \cdot \cos \theta_t, \quad (3.5)$$

$$dA_t = p_t \cdot ds_t \cdot \sin \theta_t \quad (3.6)$$

Integráciou týchto elementárnych síl získame výslednú normálovú a axiálnu silu.

$$N = - \int_{NH}^{OH} p_s \cdot \cos \theta \cdot ds_s + \int_{NH}^{OH} p_t \cdot \cos \theta \cdot ds_t \quad (3.7)$$

$$A = - \int_{NH}^{OH} p_s \cdot \sin \theta \cdot ds_s + \int_{NH}^{OH} p_t \cdot \sin \theta \cdot ds_t \quad (3.8)$$

a klopivý moment okolo nábehovej hrany

$$M_{NH} = \int_{NH}^{OH} (p_s \cdot x \cdot \cos \theta + p_t \cdot y \cdot \sin \theta) \cdot ds_s - \int_{NH}^{OH} (p_t \cdot x \cdot \cos \theta + p_s \cdot y \cdot \sin \theta) \cdot ds_t \quad (3.9)$$

Vztlakovú a odporovú silu získame výpočtom z normálovej a axiálnej sily z pravouhlého trojuholníka cez goniometrické funkcie:

$$L = N \cdot \cos \alpha + A \cdot \sin \alpha \quad (3.10)$$

$$D = N \cdot \sin \alpha - A \cdot \cos \alpha \quad (3.11)$$

Z dôvodu porovnatelnosti síl na rôznych profiloch sa sily vyjadrujú aj v relatívnom tvare pomocou koeficientov [16]

$$c_N = \frac{N}{q_\infty \cdot c} = \frac{N}{\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot c} \quad (3.12)$$

$$c_A = \frac{A}{q_\infty \cdot c} = \frac{A}{\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot c} \quad (3.13)$$

$$c_M = \frac{M}{q_\infty \cdot c^2} = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot c^2} \quad (3.14)$$

$$c_L = \frac{L}{q_\infty \cdot c} = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot c} \quad (3.15)$$

$$c_D = \frac{D}{q_\infty \cdot c} = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \cdot c} \quad (3.16)$$

Pre tenké profily je možné vyjadriť koeficienty normálovej, axiálnej sily a momentu pomocou tlakového koeficientu.

$$c_N = \frac{1}{c} \int_0^c (c_{pt} - c_{ps}) dx = \frac{1}{c} \int_0^c \Delta c_p d\bar{x} \quad (3.17)$$

$$c_A = \frac{1}{c} \int_0^c \left(\frac{dy_t}{dx} c_{pt} - \frac{dy_s}{dx} c_{ps} \right) dx \quad (3.18)$$

$$c_{MLE} = -\frac{1}{c^2} \int_0^c (c_{pt} - c_{ps}) x dx = -\frac{1}{c^2} \int_0^c \Delta c_p x dx = -\int_0^1 \Delta c_p \bar{x} d\bar{x} \quad (3.19)$$

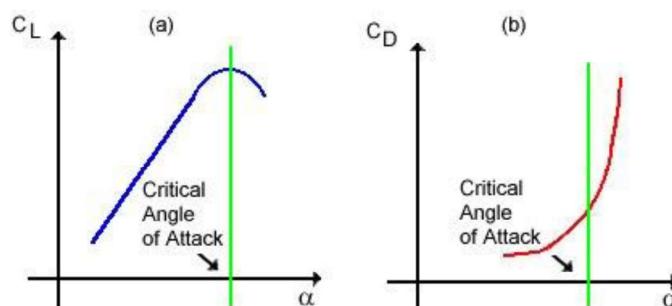
Koeficient normálovej sily je možné zameniť za koeficient vztlakovej sily pri hodnotách uhla nábehu $\alpha \rightarrow 0$. Taktiež pri potenciálovom 2D prúdení $c_A = c_n \tan \alpha$, čo vyplýva z toho, že $c_d = 0$.

$$c_L = c_N \cdot \cos \alpha + c_A \cdot \sin \alpha \quad (3.20)$$

$$c_L = c_N \cdot \cos \alpha + c_N \cdot \tan \alpha \cdot \sin \alpha = c_N \cos \alpha + 0(\alpha^2) \approx c_N \quad (3.21)$$

Presnosť s ktorými sú koeficienty počítané, modelované alebo merané súvisia s počtom bodov na profile na ktorých nás zaujíma rozloženie tlaku. Vo všeobecnosti je možné konštatovať, že tak počítané, modelované aj experimentálne výsledky bývajú v zhode s teoretickými. Jemné rozdiely sú najčastejšie spôsobené nepresnosťami (neurčitosťami) pri výpočtoch resp. experimentoch.

Na nasledovných obrázkoch vidíme priebehy koeficientov normálovej sily (vztlaku), klopivému momentu a odporu v závislosti od uhla nábehu α (Obr. 60). Vzniknutým krivkám sa hovorí vztlaková krivka, odporová krivka a momentová krivka profilu.



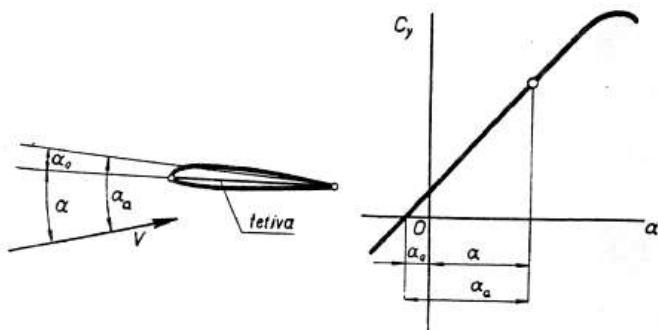
Obr. 60 Priebehy koeficientov vztlaku a odporu

Vztlak je v oblasti lineárnej časti krivky proporcionálny uhlu nábehu a dynamickému tlaku.

$$L = \frac{1}{2} \rho_\infty v^2 \cdot c \cdot c_L = \frac{1}{2} \rho_\infty v^2 \cdot c \cdot c_{L\alpha} (\alpha - \alpha_0) \quad (3.22)$$

V prípade tenkých profilov rastie vztlak s uhlom nábehu takmer priamkovo. Zmena nastáva po dosiahnutí uhl'a nábehu, pri ktorom sa narúša obtkanie profilu a odchádza k miestnemu

odtrhnutiu prúdu. Vztlak potom prestáva stúpať a po úplnom odtrhnutí prúdu od sacej strany krídla vztlak zaniká.

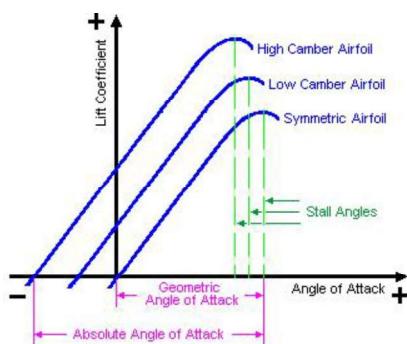


Obr. 61 Definovanie uhlov nábehu [16]

Z teórie obtekania tenkého profilu je pre vztlakovú krivku odvodený vzťah

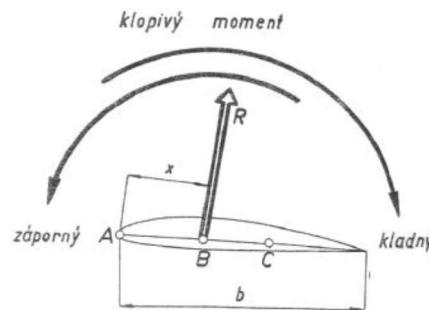
$$c_L = c_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0) \quad (3.22)$$

Smernica, teda sklon vztlakovej krivky je podľa teórie rovný 2π . V skutočnosti býva o niečo menší. V oblasti plynulého obtekania profilu je vztlak úmerný absolútnemu nábehu, tj. rozdielu smeru rýchlosťi a smeru nulového vztlaku profilu. Smer nulového vztlaku je odchýlený od tetivy o uhol nulového vztlaku α_0 . Veľkosť tohto uhlá je určená hlavne zakrivením profilu. Pri bežných profiloch s jednoduchým zakrivením je tento uhol spravidla záporný. V prípade profilov s dvojitým zakrivením je často kladný a pri súmerných profiloch je rovný nule.



Obr. 62 Priebeh vztlakovej krivky vzávislosti od asymetrie profilu

Pred rozborom momentových charakteristik profilu je nutné definovať kladný zmysel kloplivý momentov a bod, ku ktorému sa budú momenty vzťahovať. Kladný a záporný zmysel momentov je naznačený na obr.



Obr. 63 Definovanie kladného smeru momentu

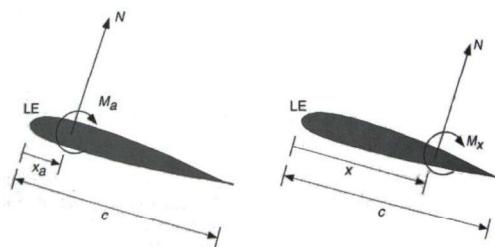
Za vzťažný bod volíme počiatočný bod tetivy tj. nábežný (nábehový bod). Momentové charakteristiky boli podrobne skúmané teoreticky i experimentálne. Z teoretického rozboru vyplynul pre momenty tenkého profilu k nábežnému bodu vzťah [28]

$$M_z = M_{z0} - Y \cdot 0,25b$$

Ktorý bol experimentálne potvrdený, ale len pre uhly nábehu kde je profil plynulo obtekany. Akonále sa objaví odtrhnutie prúdu, sú momentové charakteristiky úplne nepravidelné. Z uvedeného vzťahu vyplýva, že moment profilu k nábežnému bodu sa skladá z dvoch zložiek: prvá zložka je konštantnej veľkosti (nezávisí od uhla nábehu, alebo vztlaku), druhá zložka je premenlivá so vztlakom a je rovná vztlaku a štvrtiny hlbky, tj. vyjadruje moment, aký by dával vztlak pôsobiaci vo štvrtine hlbky profilu. Odtiaľ teda pochádza vzťah, ktorý hovorí, že vztlak pôsobí vo štvrtine hlbky profilu a k momentom vyvolaným takto pôsobiacim vztlakom sa pričíta nepremenlivý moment pri nulovom vztlaku.

Výpočtami a pokusmi sa zistilo, že moment pri nulovom vztlaku závisí hlavne na zakrivení strednej krivky profilu. V prípade symetrických profilov, kde stredná krivka je priamou je tento moment nulový. V prípade bežných profilov je záporný a pri profiloch s dvojito zakrivenou strednou krivkou môže byť aj kladný.

Druhý spôsob chápania momentových charakteristik profilu je založený na tom, že celkový moment sa vyjadruje len aerodynamickou silou (vztlakom, odpor dáva len nepatrné momenty) pôsobiacou na ramene. Potom už sila nebude pôsobiť vo štvrtine hlbky, ale je nutné ju posunúť tak, aby sa súčin veľkosti vztlaku a vzdialosti jeho pôsobiska od švrtinového bodu rovnal momentu pri nulovom vztlaku M_{z0} .



Obr. 64 Určenie momentu na profile [16]

Moment na ktoromkoľvek mieste na tetive vypočítame

$$M_x = M_a + N(x - x_a) \quad (3.23)$$

Prevedením na bezrozmerné koeficienty to bude

$$c_{Mx} = c_{Ma} + c_N(x - x_a) \quad (3.24)$$

Čiže ak poznáme klopivý moment okolo nábežnej hrany, potom $x_a = 0$ a teda

$$c_{Mx} = c_{MNH} + x \cdot c_N \quad (3.25)$$

3.4.1. Aerodynamický stred profilu krídla

Aerodynamický stred profilu krídla je bod na profile, vo vzťahu ku ktorému je koeficient klopivého momentu konštantný a nezávislý od uhla nábehu α dovtedy, kým nedôjde k odtrhnutiu prúdu od profilu. Pre úzke profily a nestlačiteľné prúdenie je to teoreticky vo štvrtine profilu. Predpokladajme že tento bod je vo vzdialosti x_{ac} za nábežnou hranou, potom koeficient momentu vo vzdialosti a vypočítame [16]

$$c_{Ma} = c_{Mac} + c_N \left(\frac{x_a}{c} - \frac{x_{ac}}{c} \right) = c_{Mac} + c_N (x_a - x_{ac}) \quad (3.26)$$

$$\frac{dc_{Ma}}{dc_N} = \frac{dc_{Mac}}{dc_N} + (x_a - x_{ac}) \quad (3.27)$$

$$x_{ac} = x_a - \frac{dc_{Ma}}{dc_N} = x_a - \frac{dc_{Ma}}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dc_N} \quad (3.28)$$

3.4.2. Tlakový stred profilu krídla

Tlakový stred je bod kde klopivý moment je rovný nule. Poloha tohto bodu sa mení s uhlom nábehu α (Obr. 65,Obr. 66,Obr. 67). Ak vychádzame z momentu okolo nábežnej hrany, potom je možné polohu tohto bodu určiť nasledovne [16]

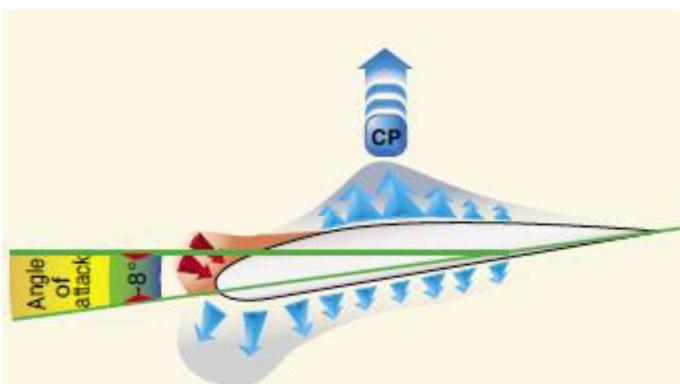
$$M_{NH} = \left(M_{\frac{1}{4}} - N \right) \frac{c}{4} = -N \cdot x_{cp} \quad (3.29)$$

$$c_{M\frac{1}{4}} = c_N \left(\frac{1}{4} - x_{cp} \right) \quad (3.30)$$

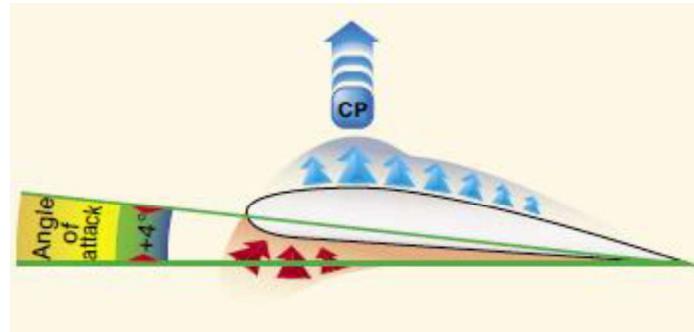
$$x_{cp} = \frac{1}{4} - \frac{c_{M\frac{1}{4}}}{c_N} \quad (3.31)$$

Ak poznáme moment v tretine profilu potom sa tlakový stred určí analogicky

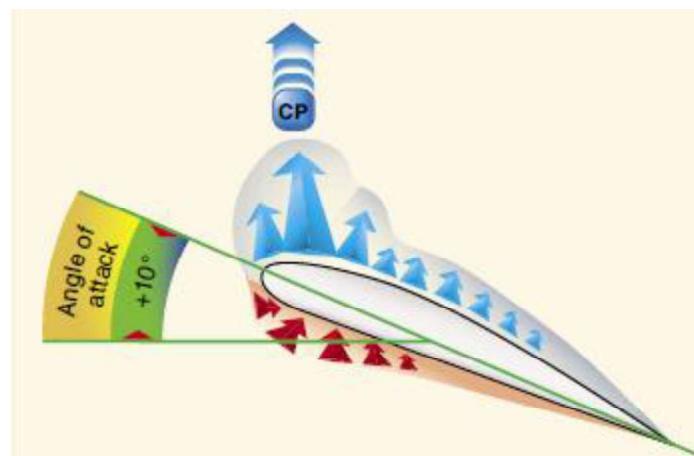
$$x_{cp} = \frac{1}{3} - \frac{c_{M\frac{1}{3}}}{c_N} \quad (3.32)$$



Obr. 65 Tlakový stred a distribúcia tlaku na profile krídla pri zápornom uhlе nábehu [20]



Obr. 66 Tlakový stred a distribúcia tlaku na profile krídla pri nízkom uhle nábehu [20]



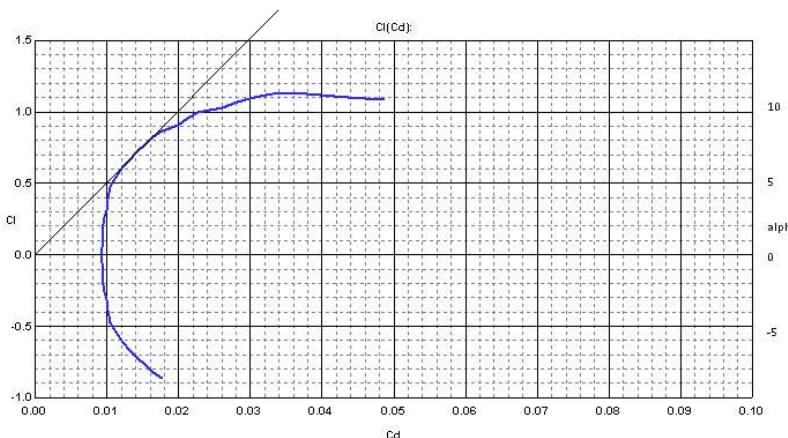
Obr. 67 Tlakový stred a distribúcia tlaku na profile krídla pri vysokom uhle nábehu [20]

3.5. Polára profilu

Profil krídla má mať veľký vztlak a malý odpor. Závislosť odporu na vztlaku, teda veľkosť odporu ktorý je treba prekonáť, aby bol dosiahnutý vztlak, znázorňuje polára profilu. Pretože na samotný profil nemôžu pôsobiť aerodynamické sily, pokladá sa za poláru profilu vzťah medzi vztlakom a odporom celého úseku krídla nekonečného rozpätia. Do poláry sa nevynášajú hodnoty vztlaku a odporu, ale ich bezrozmerné charakteristiky, teda súčinitele, ktoré závisia len od tvaru profilu a uhla nábehu. Ak by sme vynášali priamo vztlak a odpor, líšili by sa poláry pre rôzne veľkosti krídel, rýchlosťi prúdov atď. Použitie súčiniteľov tak umožňuje vyjadriť základné vlastnosti profilu danou krvítkou. [8]

Polára teda vznikne vynesením hodnôt súčiniteľov vztlaku C_L a odporu C_D pre jednotlivé uhly nábehu do grafov tak, že na zvislú os sa vynášajú hodnoty súčiniteľa vztlaku a na vodorovnú os potom hodnoty súčiniteľa odporu. [8]

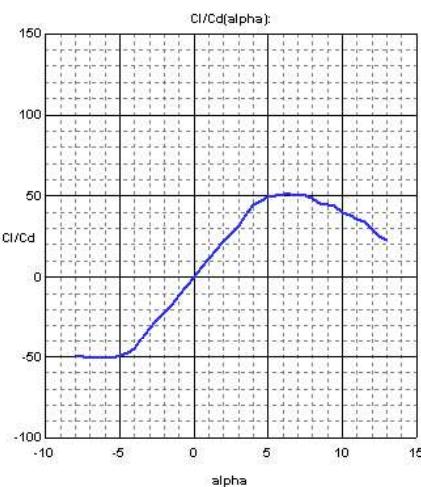
Každý bod na tejto krvíke odpovedá určitému uhlu nábehu a je presne určený dvojicou svojich súčiniteľov C_L a C_D . Uvedieme ako príklad profil 12 % Joukowski pre $Re = 240$ tis.(Obr. 68). [28]



Obr. 68 Polára profilu

Optimálny uhol nábehu sa získa ak z počiatku súradného systému vyniesieme dotyčnicu k poláre.

Ďalšou možnosťou je zobrazenie poláry v tvare, keď na osy y je pomer C_L/C_D a na osy x uhol nábehu α (Obr. 69). Optimálny uhol nábehu je maximálny pomer koeficientov vztlaku a odporu, čiže z tohto grafu je hľadaný uhol ľahko odčítateľný.



Obr. 69 Pomer koeficientov vztlaku/odporu vs uhol nábehu

Polára patrí medzi krivky ktorých presný analytický výpočet nemožný. Polára sa zostavuje z výsledkov výskumu v aerodynamickom veternom tuneli, alebo v iných skúšobných zariadeniach. Je nutné merať sily pôsobiace na krídlo, ktoré sa nachádza v prúde tekutiny, vydeliť sily hodnotami dynamického tlaku a plochy krídla a takto získané súčinitele vyniesť do pravoúhlých súradník. Pretože neviem dobre merať sily pôsobiace na krídlo nekonečného rozpätia, merajú sa v tuneloch obvykle sily pôsobiace na normalizované krídlo konečného rozpätia. Býva to krídlo obdĺžnikového pôdorysu, ktorého rozpäťie je 5 – 6krát väčšie ako jeho hĺbka. Získané výsledky sa potom budú prepočítavajú na krídlo s nekonečným rozpätiom, alebo sa za poláru považuje priamo polára normalizovaného krídla.

3.6. Medzná vrstva na profile krídla

Pri malom uhole nábehu je vplyv viskozity značne obmedzený vplyvom hrúbky oblasti nachádzajúcej sa blízko povrchu profilu krídla označovanej ako medzná vrstva.