

5. Prúdenie vzduchu okolo rotora veterného zariadenia

5.1. Koncepcia hnaného disku

Sleduje sa aerodynamika veterného zariadenia bez špecifikácie jeho tvaru. Hodnotí sa len proces extrakcie energie. Proces odoberania kinetickej energie prebieha spojito, t.j. rýchlosť prúdenia vzduchu sa znižuje už pred úrovňou turbíny, pričom sa kinetická energia prúdenia mení na prírastok tlaku. Za turbínou analogicky vzniká podtlak, ktorý sa postupne vyrovnáva na úroveň tlaku okolitého vzduchu čo spôsobuje ďalšie spomaľovanie prúdenia vzduchu za turbínou.

Rozšírenie prúdovej trubice bezprostredne pred a za turbínou je dôsledkom znižovania rýchlosti prúdenia vzduchu turbínou a zachovania kontinuity toku, v zmysle rovnice kontinuity. Rovnica kontinuity pre prúdovú trubicu: Cez každý rez prúdovej trubice preteká za sekundu množstvo vzduchu s rovnakou hmotnosťou. (Platí pre stacionárne prúdenie.).

Rovnica kontinuity sa potom dá vyjadriť vzt'ahom [1] [2] [7]:

$$\rho_0 A_0 u_0 = \rho_1 A_1 u_1 = \rho_2 A_2 u_2, \quad (5.1)$$

ρ_0, ρ_1, ρ_2 , - je hustota vzduchu v príslušných miestach trubice [kg.m^{-3}],

A_0 - je prierezová plocha prúdovej trubice v dostatočnej vzdialenosti pred turbínou,

A_1 - plocha turbíny [m^2],

A_2 - je prierezová plocha prúdovej trubice v dostatočnej vzdialenosti za turbínou [m^2],

u_0 - rýchlosť nenarušeného prúdu vzduchu (rýchlosť vetra) [m.s^{-1}],

u_1 - rýchlosť prúdenia v rovine turbíny [m.s^{-1}],

u_2 - rýchlosť odtekania vzduchu po odobratí kinetickej energie (za turbínou) [m.s^{-1}].

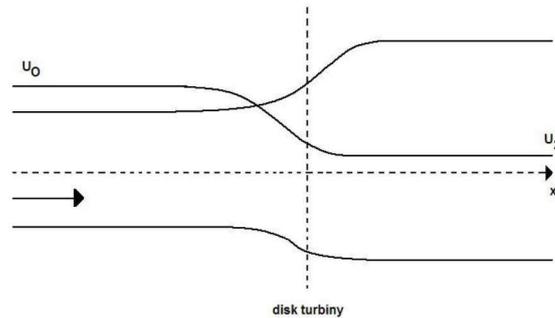
Ak sa úbytok rýchlosti v mieste turbíny vyjadří ako $\Delta u = a \cdot u_0$, potom rýchlosť prúdenia v tomto mieste u_1 je

$$u_1 = (1 - a)u_0 \quad (5.2)$$

a - vtokový faktor [-].

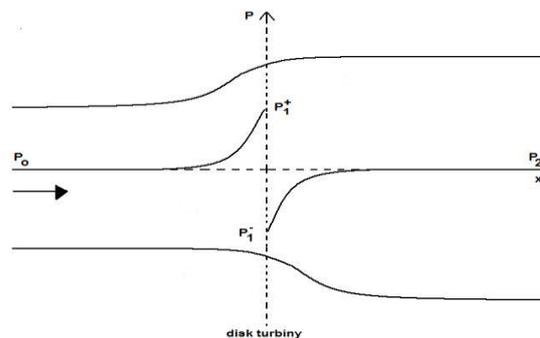
$$a = \frac{u_0 - u_1}{u_0} \quad (5.3)$$

Priebeh rýchlosti prúdenia pozdĺž prúdovej trubice v osi turbíny je na nasledujúcom obrázku (Obr. 84).



Obr. 84 Priebeh rýchlosti v osi turbíny, rovina turbíny je na osi x v bode 0

Priebeh tlakov v osi turbíny je znázornený na nasledujúcom obrázku (Obr. 85).

Obr. 85 Priebeh tlakov v osi turbíny, rovina turbíny je na osi x v bode 0, os turbíny je $y=0$

Tlakový rozdiel v mieste turbíny je úmerný energii odobratej turbínou, t.j. poklesu kinetickej energie v dôsledku zmeny rýchlosti z počiatočnej hodnoty u_0 na výslednú u_2 .

5.1.1. Silové účinky prúdenia vzduchu na turbínu

Axiálna sila F [N] pôsobiaca na turbínu je úmerná zmene hybnosti pretekajúcej masy vzduchu za čas a je vyvolaná zotrvačnosťou vzduchu v dôsledku zníženia jeho rýchlosti. Teda platí:

$$F = \Delta H \quad (5.4)$$

kde: ΔH je zmena hybnosti za jednotku času [$\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = \text{N}$],

$$\Delta H = (u_0 - u_2) \cdot Q \quad (5.5)$$

kde: Q je hmotnostný prietok vzduchu turbínou [$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$],

$$Q = \rho_1 \cdot A_1 \cdot u_1 \quad (5.6)$$

potom po dosadení vzťahu (5.2) môžeme Q vyjadriť ako

$$Q = \rho_1 \cdot A_1 \cdot (1-a)u_0 \quad (5.7)$$

Axiálnu silu pôsobiacu na turbínu je možné vyjadriť z rozdielu tlakov P^+_1 a P^-_1 na prednej a zadnej strane turbíny.

$$F = (P^+_1 - P^-_1)A_1 \quad (5.8)$$

Vzhľadom na pomerne malé rýchlosti prúdenia pri ktorých proces prebieha je možné považovať prúdenie za nestlačiteľné, t. j. hustota vzduchu pred, v mieste turbíny aj za turbínou je rovnaká.

$$\rho_0 = \rho_1 = \rho_2 = \rho \quad (5.9)$$

Potom je možné zmenu tlaku pred a za turbínou, pre ktoré platí zákon zachovania energie, vyjadriť Bernoulliho rovnicami:

$$\frac{1}{2} \rho \cdot u_0^2 + p_0 = \frac{1}{2} \rho \cdot u_1^2 + p^+ = \text{konšt}_1 \quad (5.10)$$

$$\frac{1}{2} \rho \cdot u_1^2 + p^- = \frac{1}{2} \rho \cdot u_2^2 + p_0 = \text{konšt}_2 \quad (5.11)$$

Použitím týchto rovníc a ich postupnou úpravou je potom možné vyjadriť rýchlosť prúdenia vzduchu za turbínou u_2

$$u_2 = (1 - 2a) \cdot u_0 \quad (5.12)$$

Potom je možné axiálnu silu pôsobiacu na turbínu vyjadriť na základe rýchlosti vetra u_0 a vtokového faktora a .

$$F = 2\rho \cdot A_1 \cdot a(1-a) \cdot u_0^2$$

5.1.2. Teoreticky využiteľný výkon vetra – Betzov limit

Aby energetický potenciál bol závislý iba na rýchlosti vetra, hodnotí sa ako energetický tok cez plochu vrtule. Predpokladajme že, veterná turbína opisuje kruh o ploche A a pracuje ideálne, t.j. všetku kinetickú energiu vetra mení na mechanický výkon na hriadeľi.

Výkon odoberaný prúdiacemu vzduchu turbínou je daný súčinom axiálnej sily pôsobiacej na turbínu a rýchlosti vetra.

$$P = F \cdot u_1 \quad (5.13)$$

Po vyjadrení axiálnej sily a dosadení potom platí

$$P = 2\rho \cdot A_1 \cdot a(1-a) \cdot u_0^3 \quad (5.14)$$

Zavedením súčiniteľa výkonu c_p , ktorý má tvar

$$c_p = 4a(1-a)^2 \quad (5.15)$$

je možné vyjadriť výkon turbíny nasledovne

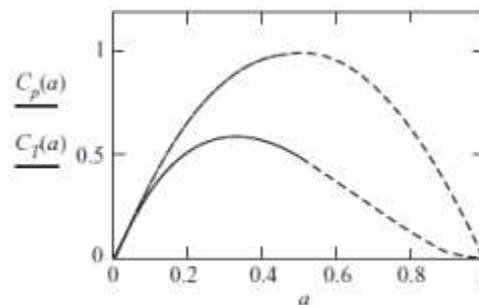
$$P = \frac{1}{2} \rho \cdot c_p \cdot A \cdot u_0^3 \quad (5.16)$$

ρ	- hustota vetra [kg.m ⁻³]
A	- plocha turbíny [m ²]
u_0	- rýchlosť vetra [m.s ⁻¹]
c_p	- výkonu [-]
u_1	- rýchlosť prúdenia v rovine turbíny [m.s ⁻¹]

Súčiniteľ výkonu je závislý iba na tom, do akej miery turbína spomaľuje pretekajúci vzduch. Ak by turbína pretekajúci vzduch nespomalila vôbec ($a=0$), vtedy by aj súčiniteľ výkonu c_p mal nulovú hodnotu.

Ak by naopak turbína odobrala pretekajúcejmu vzduchu všetku energiu ($a=1$), vtedy by mal súčiniteľ výkonu c_p opäť nulovú hodnotu, pretože by došlo k zastaveniu prúdenia ($u_1=0$) (Obr. 86). Z Obr. 86 je zrejmé že hodnota výkonového súčiniteľa c_p dosahuje maximum pri hodnote vtokového faktora $a = 1/3$. Dosadením do (5.15) potom získame maximálnu hodnotu c_{Pmax} :

$$c_{Pmax} = \frac{16}{27} \doteq 0,593 \quad (5.17)$$



Obr. 86 Priebeh výkonového súčiniteľa v závislosti od vtokového faktora

Maximálna hodnota výkonového súčiniteľa sa nazýva Betzov limit. Ideálna veterná turbína má účinnosť približne 59 %. Na to aby ju dosiahla, by mala spomaľovať vzduch na dvojtretinovú rýchlosť prúdenia v mieste rotora a jednotretinovú za rotorom.

5.1.3. Výkon veterného zariadenia

Ako už bolo uvedené teoretický výkon turbíny je vyjadrený rovnicou, v ktorej vystupujú parametre: hustota vzduchu, plocha rotorom opisovaného kruhu a tretia mocnina rýchlosti vzduchu. Turbína však nevie využiť všetku energiu vetra, prechádzajúceho plochou rotora. Iba časť kinetickej energie je transformovaná rotorom. Výkon je tak daný účinnosťou energetickej transformácie z kinetickej na mechanickú energiu. Na pomenovanie tejto účinnosti sa používa označenie koeficient výkonu c_p .

$$P = \frac{1}{2} \rho \cdot c_p \cdot A \cdot u_0^3 \quad (5.18)$$

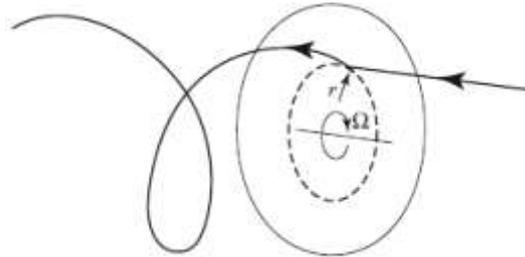
Koeficient výkonu je pomer skutočného výkonu a teoretického výkonu veterného prúdenia

$$c_p = \frac{2P}{\rho \cdot A \cdot u_0^3} \quad (5.19)$$

Koeficient výkonu závisí od viacerých faktorov ako profil lopatiek, natočenie listov rotora pre danú rýchlosť a smer vetra atď. Dizajnér veterného zariadenia sa bude preto stále snažiť získať, čo najvyšší koeficient výkonu pri širokom rozsahu rýchlosti prúdenia vetra.

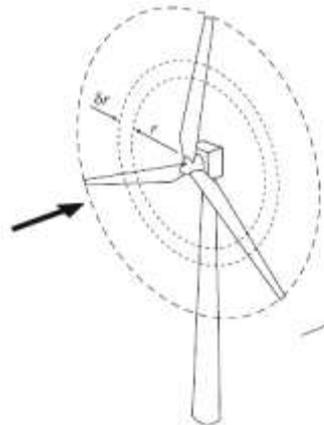
5.2. Teória disku rotora

Spôsob ktorým je získaná energia premenená na využiteľnú závisí od tvaru veternej turbíny. Veterné zariadenia s vertikálnou osou využívajú rotor s lopatkami rotujúci uhlovou rýchlosťou Ω , okolo vlastnej osi, ktorá je paralelná so smerom vetra. Listy rotora vyplňajú priestor disku a na základe aerodynamického tvaru vyvolávajú tlakový rozdiel na rotore (tak ako bolo opísané v predchádzajúcej sekcii), ktorý vytvára stratu hybnosti v úplave. Prúd vzduchu sa pri prechode rotorom (úplav) roztočí v smere opačnom, ako sa krúti rotor. Jednotlivé častice prúdu tak majú tangenciálnu aj axiálnu zložku rýchlosti [16] [17].



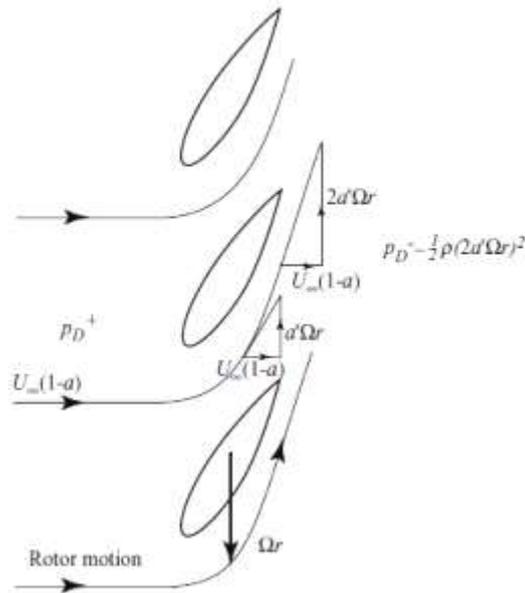
Obr. 87 Dráha častice pri prechode cez disk rotora [2]

Vznik tangenciálnej zložky rýchlosti prúdu znamená zvýšenie kinetickej energie, čo je kompenzované prudkým poklesom statického tlaku v úplave. Prúd vzduchu ktorý vchádza do priestoru disku nemá rotačný pohyb. Rotačný pohyb získa až po prechode rotorom a táto rotácia ostáva konštantná po celý čas trvania úplavu. Zmena tangenciálnej zložky rýchlosti je vyjadrená výrazom tangenciálny indukčný vtokový faktor a' . Tangenciálna zložka rýchlosti (ako už bolo uvedené) pred rotorom je nulová. Za rotorom má hodnotu $2\Omega r a'$ a v strede hrúbky rotora $\Omega r a'$. r je radiálna vzdialenosť od osi otáčania.



Obr. 88 Prstenec rotora [2]

Vzhľadom k tomu, že tangenciálna zložka rýchlosti sa mení vo vzdialenosti od osi otáčania až ku špičke listov rotora, uvažuje sa vždy iba s určením výkonových charakteristík pre prstenec rotora so šírkou δr vo vzdialenosti r od osi otáčania.



Obr. 89 Zmena tangenciálnej rýchlosti pri prechode diskom rotora [2] [5]

Moment prstenca = hmotnostný prietok \times zmena tangenciálnej rýchlosti \times polomer

$$\delta M = \rho \delta A_d u_\infty (1-a) 2\Omega a' r^2 \quad (5.20)$$

kde δA_d je plocha prstenca.

Prírastok výkonu je tak $\delta P = \delta M \cdot \Omega$

Z predchádzajúcej teórie je prírastok výkonu

$$\delta P = 2\rho \delta A_d u_\infty^3 a (1-a)^2 \quad (5.21)$$

Ak tieto prírastky dáme do rovnice, dostávame

$$2\rho \delta A_d u_\infty^3 a (1-a)^2 = \rho \delta A_d u_\infty (1-a) 2\Omega^2 a' r^2 \quad (5.22)$$

$$u_\infty^2 a (1-a) = \Omega^2 a' r^2 \quad (5.23)$$

Ωr je tangenciálna rýchlosť prstenca a teda $\lambda_r = \Omega r / u_\infty$ je lokálny koeficient rýchlobežnosti.

Na špičke listu rotora $r = R$ je $\lambda = \Omega R / u_\infty$ koeficient rýchlobežnosti. Je to pomer medzi obvodovou rýchlosťou a rýchlosťou prúdenia (vetra).

$$a(1-a) = \lambda_r^2 a' \quad (5.24)$$

$$\delta P = \delta M \cdot \Omega = \left(\frac{1}{2} \rho u_\infty^3 2\pi r \delta r \right) 4a'(1-a)\lambda_r^2 \quad \text{kde } \delta A_d = 2\pi r \delta r \quad (5.25)$$

V zátvorke je vlastne výkon prúdu prechádzajúceho plochou prstenca a za zátvorkou sa nachádza koeficient účinnosti.

Vo vyjadrení cez koeficient výkonu

$$\frac{d}{dr} c_p = \frac{4\pi \rho u_\infty^3 (1-a)a' \lambda_r^2 r}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^3 \pi R^2} = \frac{8(1-a)a' \lambda_r^2 r}{R^2} \quad (5.26)$$

$$\frac{d}{dr} c_p = 8(1-a)a' \lambda^2 \mu^3 \quad (5.27)$$

kde $\mu = r/R$. Integráciou po celej dĺžke rotora je možné určiť koeficient výkonu.

Maximálny výkon je teda možné určiť z koeficienta výkonu

$$\frac{d}{da'} a = \frac{1-a}{a'} \quad (5.28)$$

$$\frac{d}{da'} a = \frac{\lambda^2 r}{1-2a} \quad (5.29)$$

$$a' \lambda^2 r = (1-a)(1-2a)$$

$$a = \frac{1}{3}, \quad a' = \frac{a(1-a)}{\lambda^2 \mu^2} \quad (5.30)$$

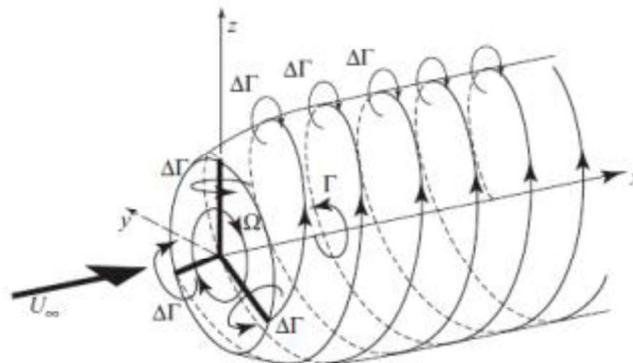
$$c_p = \int_0^1 8(1-a) a' \lambda^2 \mu^3 d\mu$$

$$c_p = \int_0^1 8(1-a) \left[\frac{a(1-a)}{\lambda^2 \mu^2} \right] \lambda^2 \mu^3 d\mu = 4a(1-a)^2 = \frac{16}{27} \quad (5.31)$$

Čo je rovnaký výsledok ako pri koncepcii bez rotujúceho úplavu.

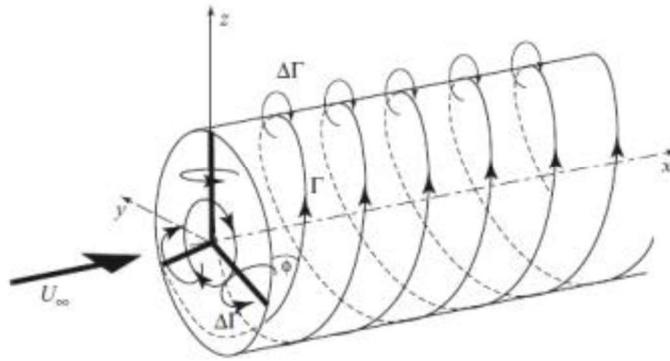
5.3. Model vírového valca

Okolo každého listu rotora vzniká cirkulácia $\Delta\Gamma$. Tiež okolo špičky každého listu rotora vzniká cirkulácia $\Delta\Gamma$. Prúdenie v úplave je skrutkovicové s cirkuláciou Γ , ktorá sa rozšíri na celú prúdovú trubicu [2].



Obr. 90 Vírové prúdenie za rotorom turbíny [2]

Z dôvodu zjednodušenia popisu prúdenia (Bio-Savartov zákon) sa popis realizuje cez kváziprúdovú trubicu v ktorej sa úplav nerozširuje a tvorí tzv. vírový valec. Na povrchu valca je vírivosť, ktorá sleduje skrutkovicovú cestu víru s uhlom ϕ . Sila vírivosti je $g = d\Gamma/dn$, kde n je smer na povrchu trubice kolmý na smer $\Delta\Gamma$, a má zložku $g_\theta = g \cdot \cos \phi$, paralelnú s diskom rotora.



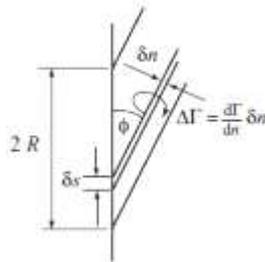
Obr. 91 Idealizované prúdenie za rotorom - tzv. vírový valec [2]

Vzhľadom k tomu, že je g_θ axiálna (paralelná k osi otáčania) indukovaná rýchlosť je rovnaká na celom disku rotora, môže byť určená podľa Bio-Savartovho zákona [22].

$$u_d = -\frac{g_\theta}{2} = -a.U_\infty \tag{5.32}$$

$$u_w = -g_\theta = -2a.U_\infty \tag{5.33}$$

Vzťah medzi cirkuláciou a indukovanou rýchlosťou sa určí nasledovne



Obr. 92 Cirkulácia a indukovaná rýchlosť

$$g = \frac{\Gamma}{2\pi R \cdot \sin(\phi_t)} \tag{5.33}$$

$$g = \frac{\Gamma \cos \phi_t}{2\pi R \cdot \sin \phi_t} = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{\Omega R(1 + a'_t)}{U_\infty(1 - a)} \tag{5.34}$$

kde a_t je tangenciálny indukčný faktor na špičke listu rotora

$$2au_\infty = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{\Omega R(1 + a'_t)}{U_\infty(1 - a)} \tag{5.35}$$

Celková cirkulácia a jej vzťah k indukovanej rýchlosti je

$$\Gamma = \frac{4\pi u_\infty^2 a(1 - a)}{\Omega(1 + a'_t)} \tag{5.36}$$

Vírivosť od koreňov listov rotora je primárne zodpovedný za indukovanie tangenciálnej rýchlosti v úplave a najmä za tangenciálnu rýchlosť na rotore.

$$\Omega r a' = \frac{\Gamma}{4\pi r} \tag{5.37}$$

$$a' = \frac{\Gamma}{4\pi r^2 \Omega} \quad (5.38)$$

Vzťah je možné odvodiť podľa predchádzajúcej teórie na základe prstenca

$$dM = \rho u_\infty (1-a) 2\pi r dr 2a' \Omega r^2 \quad (5.39)$$

Kutta – Joukowski teorem definuje vztlak

$$L = \rho(W \times \Gamma) \quad (5.40)$$

$$\frac{d}{dr} M = \rho W \times \Gamma r \sin \phi_t = \rho \Gamma r u_\infty (1-a) \quad (5.41)$$

Porovnaním dvoch výrazov dostaneme

$$a' = \frac{\Gamma}{4\pi r^2 \Omega} \quad (5.42)$$

$$a'_t = \frac{u_\infty^2 a (1-a)}{\Omega^2 R^2 (1+a'_t)} = \frac{a(1-a)}{\lambda^2 (1+a'_t)} \quad (5.43)$$

$$a'(1+a'_t) = \frac{a(1-a)}{\lambda^2} \quad (5.44)$$

Tento výraz sa úplne nezhoduje s výsledkom z predchádzajúcej teórie, čo je spôsobené ignorovaním expanzie úplavu.

Moment vyvinutý prstencom s polomerom r a radiálnou šírkou δr je

$$\frac{d}{dr} M \cdot \delta r = \rho W \Gamma r \sin \phi_t \delta r = \frac{\rho 4\pi r u_\infty^3 a (1-a)^2}{\Omega (1+a'_t)} \delta r \quad (5.45)$$

$$\frac{d}{dr} M = \frac{\frac{1}{2} \rho 2\pi r u_\infty^3 4a(1-a)^2}{\Omega (1+a'_t)} \quad (5.46)$$

Výkon

$$\frac{d}{dr} P = \frac{\frac{1}{2} \rho 2\pi r u_\infty^3 4a(1-a)^2}{(1+a'_t)} \quad (5.47)$$

$$P = \frac{\frac{1}{2} \rho \pi R^2 u_\infty^3 4a(1-a)^2}{(1+a'_t)} \quad (5.48)$$

Koeficient výkonu

$$c_p = \frac{4a(1-a)^2}{(1+a'_t)} = 4a'_t(1-a)^2 \quad (5.49)$$

Redukcia výkonu oproti predchádzajúcej koncepcii (poháňaného disku) je zapríčinená tým, že je potrebná časť energie aj na rotáciu úplavu.

Napriek vylúčeniu rozšírenia úplavu, vírová teória prináša výsledky do značnej miery v zhode s teoriou hybnosti a vysvetľuje pochopenie prúdenia cez disk rotora, ktorý prúdu odoberá energiu.

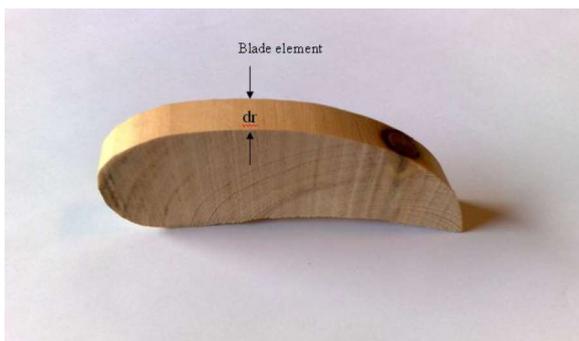
5.4. Teórie rotorového krídla

5.4.1. BET (Blade element theory)

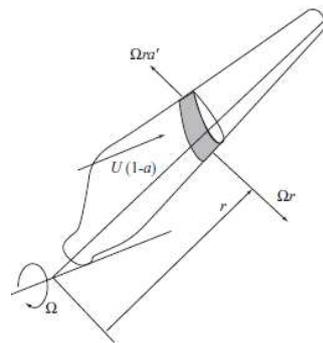
Teória vychádza z predpokladov :

- Neexistuje aerodynamická interakcia medzi elementami listu rotora
- Sily na liste sú určené výhradne vztlakom a odporom
- Trojrozmerné efekty sú ignorované

Uvažuje sa listom rotora (lopatkou), ktorý je rozdelený na N častí (elementy). Okolo každej časti je trochu iné prúdenie, čo je dané tým, že každá časť má inú uhlovú rýchlosť Ω , rozdielnu dĺžku tetivy c a odlišné skrútenie. Použitím tejto teórie sa list rotora rozdelí na elementy (10 – 20) a vypočítavajú sa aerodynamické charakteristiky osobitne pre každý element. Celkový výkon sa získa numerickou integráciou pozdĺž listu rotora [2] [6] [15] .



Obr. 93 Element listu rotora



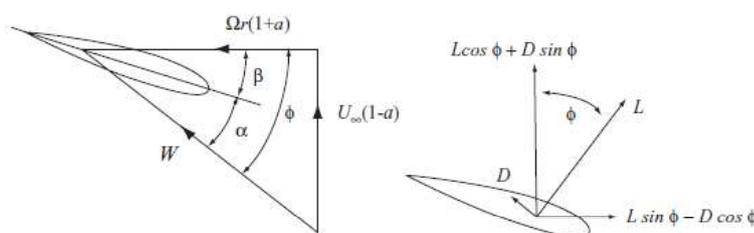
Obr. 94 List rotora s elementom

Obvodová rýchlosť Ωr elementu listu kombinovaná s tangenciálnou rýchlosťou úplavu znamená $a'\Omega r$ že tangenciálna rýchlosť prúdenia okolo elementu je $(1 + a')\Omega r$.

Výsledná relatívna rýchlosť prúdenia okolo listu je

$$W = \sqrt{u_{\infty}^2 (1-a)^2 + \Omega^2 r^2 (1+a')^2} \quad (5.50)$$

ktorá pôsobí na list rotora pod uhlom ϕ k rovine rotácie.



Obr. 95 Rýchlosti a sily na krídle

$$\sin\phi = \frac{u_\infty(1-a)}{W} \text{ a } \cos\phi = \frac{\Omega r(1+a')}{W} \quad (5.51)$$

Uhol nábehu je daný ako $\alpha = \phi - \beta$

Vztlaková sila celej dĺžke δr každého listu rotora, kolmá na smer rýchlosti W je preto

$$\delta L = \frac{1}{2} \rho W^2 c.c_L \delta r \quad (5.52)$$

a odporová sila v smere rýchlosti W

$$\delta D = \frac{1}{2} \rho W^2 c.c_D \delta r \quad (5.53)$$

5.4.2. BEM (Blade element – momentum theory)

Základným predpokladom je že, sila elementu listu rotora je zodpovedná za zmenu hybnosti prúdu vzduchu, ktorý prechádza prstencom, ktorý opisuje element. Neexistuje žiadna interakcia prúdov jednotlivých prstencov [18] [19] .

Zložka aerodynamickej sily v axiálnom smere na N elementov listu rotora je

$$\delta L \cdot \cos\phi + \delta D \sin\phi = \frac{1}{2} \rho W^2 N c (c_L \cos\phi + c_D \sin\phi) \delta r \quad (5.54)$$

Zmena axiálnej hybnosti prúdu vzduchu prechádzajúcim cez prstenec je

$$\rho u_\infty (1-a) 2\pi r \delta r 2a u_\infty = 4\pi \rho u_\infty^2 a(1-a) r \delta r \quad (5.55)$$

Pokles tlaku v úplave spôsobený rotáciou úplavu je rovný dynamickému tlaku

$$\frac{1}{2} \rho (2a'\Omega r)^2 \quad (5.56)$$

preto ďalšia (prídavná) axiálna sila na prstenci je

$$\frac{1}{2} \rho (2a'\Omega r)^2 2\pi r \delta r \quad (5.57)$$

Z toho teda vyplýva

$$\frac{1}{2} \rho W^2 N c (c_L \cos\phi + c_D \sin\phi) \delta r = 4\pi \rho [u_\infty^2 a(1-a) + (a'\Omega r)^2] r \delta r \quad (5.58)$$

$$\frac{W^2}{u_\infty^2} N \frac{c}{R} (c_L \cos\phi + c_D \sin\phi) = 8\pi (a(1-a) + (a'\lambda\mu)^2) \mu \quad (5.59)$$

Zmena axiálneho momentu rotora spôsobeného aerodynamickými silami na element listu je

$$(\delta L \sin\phi - \delta D \cos\phi) r = \frac{1}{2} \rho W^2 N c (c_L \sin\phi + c_D \cos\phi) r \delta r \quad (5.60)$$

$$\rho u_\infty (1-a) \Omega r 2a' r 2\pi r \delta r = 4\pi \rho u_\infty (\Omega r) a' (1-a) r^2 \delta r \quad (5.61)$$

$$\frac{1}{2} \rho W^2 N c (c_L \sin\phi - c_D \cos\phi) r \delta r = 4\pi \rho u_\infty (\Omega r) a' (1-a) r^2 \delta r \quad (5.62)$$

$$\frac{W^2}{u_\infty^2} N \frac{c}{R} (c_L \sin\phi + c_D \cos\phi) = 8\pi \lambda \mu^2 a' (1-a) \quad (5.63)$$

$$\mu = r/R \quad (5.64)$$

Koeficienty v smere osí x a y

$$c_L \cos \phi + c_D \sin \phi = c_x \quad (5.65)$$

$$c_L \sin \phi - c_D \cos \phi = c_y \quad (5.66)$$

Na určenie indukčného faktora a a a' sa riešia nasledovné rovnice iteratívnym spôsobom.

$$\frac{a}{1-a} = \frac{\sigma_r}{4\sin^2\phi} \left[(c_x) - \frac{\sigma_r}{4\sin^2\phi} c_y^2 \right] \quad (5.67)$$

$$\frac{a}{1+a'} = \frac{\sigma_r \cdot c_y}{4\sin\phi \cos\phi} \quad (5.68)$$

Pevnosť listu σ je definovaná ako plocha listu delená plochou disku rotora a je to jeden z podstatných parametrov, ktorý určuje výkon rotora. Pevnosť tetivy σ_r je definovaná ako pomer dĺžky tetivy na danom polomere (dĺžka tetivy elementu) k obvodu elementu na danom polomere.

$$\sigma_r = \frac{N \cdot c}{2\pi r} = \frac{N}{2\pi\mu} \frac{c}{R} \quad (5.69)$$

Teória BEM je uplatniteľná len v prípadoch ak cirkulácia okolo listu je všade rovnaká tj. $a = \text{konšt.}$ Pri nejednotnej cirkulácii, by totiž dochádzalo k radiálnemu interakcii a zmene hybnosti medzi prstencami, čo by viedlo k porušeniu predpokladov teórie. V skutočnosti dochádza k chybe vo výsledkoch pri použití tejto teórie, avšak pri súčiniteli rýchlobežnosti $\lambda > 3$ je chyba zanedbateľná.

Stanovenie momentu a výkonu použitím teórie BEM

Určenie momentu a výkonu je možné, ak sú známe indukčné faktory. Výpočet sa realizuje iteratívnym spôsobom, to znamená že najprv sa určí $a = 0$, $a' = 0$. otom sa určí ϕ , c_d , c_l . Procedúra sa opakuje kým sa nedosiahne konvergencia výsledkov [18] [19].

Z rovnice 5.61 moment vyvolaný elementom listu so šírkou δr je

$$\delta M = 4\pi\rho U_\infty (\Omega r) a'(1-a)r^2 \delta r \quad (5.70)$$

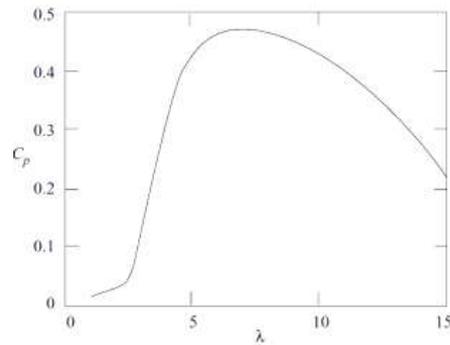
Rotor vyvinie celkový moment

$$M = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \pi R^3 \lambda \left[\int_0^R \mu^2 \left(8a'(1-a)\mu - \frac{W}{U_\infty} \frac{N}{\pi} \frac{c}{R} c_D (1+a') \right) d\mu \right] \quad (5.71)$$

Výkon sa určí klasickým spôsobom $P = M\Omega$, a koeficient výkonu

$$c_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^3 \pi R^2} \quad (5.72)$$

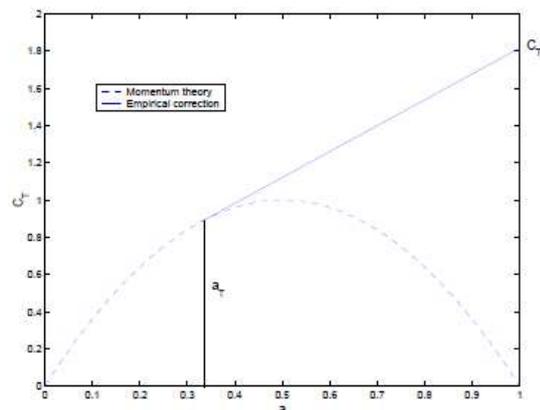
Maximálny koeficient výkonu pre moderné rýchlobežné veterné zariadenie sa nachádza v blízkosti koeficientu rýchlobežnosti $\lambda \Rightarrow 6$.



Obr. 96 Závislosť koeficienta výkonu od súčiniteľa rýchlobežnosti

Obmedzenie použitia teórie BEM vzniká pri vysokých koeficientoch rýchlobežnosti. Indukčný vtokový faktor sa $a \Rightarrow 1$. To znamená, že priepustnosť disku rotora sa blíži nule. Úplav začne byť turbulentný. Výsledky koeficientu ťahu (Thrust coefficient) sa empiricky korigujú nasledovným spôsobom. c_{T1} je empirická hodnota pre $a = 1$. Potom sa c_T určí nasledovne

$$c_T = c_{T1} - 4(\sqrt{c_{T1}} - 1)(1 - a) \quad (5.73)$$



Obr. 97 Koeficient ťahovej sily v závislosti od indukčného vtokového faktora

$$a_T = 1 - 0.5\sqrt{c_{T1}} \quad (5.74)$$

Hodnota c_{T1} je empiricky stanovená na 1,816

5.5. Výpočet a návrh tvaru krídel rotora veterného zariadenia

Návrh veterného konverzného systému je komplexný proces. Na návrh dizajnu veterného rotora sa v praxi používajú špeciálne softvérové modely. V nasledujúcej časti uvedieme zjednodušený návrh veterného rotora pri zohľadnení základných aerodynamických podmienok.

Uhol nábehu a zodpovedajúci koeficient vztlaku sa získa z údajov zodpovedajúceho profilu lopatky rotora (kap. 3.5).

Dĺžku tetivy c a uhol nastavenia β vo vzdialenosti r od začiatku rotora je možné určiť z nasledovných vzťahov [17] [7] [24]

$$\lambda_r = \lambda \cdot \mu \quad (5.75)$$

$$\phi = \frac{2}{3} \cdot \tan^{-1} \frac{1}{\lambda_r} \quad (5.76)$$

$$\beta = \phi - \alpha \quad (5.77)$$

$$c = \frac{8 \cdot \pi \cdot r}{N \cdot c_L} (1 - \cos \phi) \quad (5.78)$$

Iteračná procedúra pre BEMT je nasledovná [25] [18]:

Vypočíta sa axiálny indukčný vtokový faktor

$$a = \frac{1}{4} \left[2 + \pi \lambda_r \sigma_r - \sqrt{4 - 4\pi \lambda_r \sigma_r + \pi \lambda_r^2 \sigma_r (8\beta + \pi \sigma_r)} \right] \quad (5.79)$$

Určí sa ϕ použitím tangenciálneho vtokového faktora $a' = 0$

$$\tan \phi = \frac{u_\infty (1+a)}{\Omega r (1+a')} \quad (5.80)$$

Ďalším krokom je stanovenie koeficienta ťahu (thrust coefficient)

$$C_T = \frac{\sigma_r (1-a)^2 (C_L \cos \phi + C_D \sin \phi)}{\sin^2 \phi} \quad (5.81)$$

Nasledujú korekčné faktory pre špičku a náboj

$$F_{tip} = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} e^{-\frac{N(R-r)}{2r \cdot \sin \phi}} \quad (5.82)$$

$$F_{hub} = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} e^{-\frac{N(r-R_{hub})}{2R_{hub} \cdot \sin \phi}} \quad (5.83)$$

$$F = F_{tip} \cdot F_{hub} \quad (5.84)$$

Ak $C_T > 0,96 \cdot F$ potom

$$a = \left[1 + \frac{4 \cdot F \sin^2 \phi}{\sigma_r (C_L \cos \phi + C_D \sin \phi)} \right]^{-1} \quad (5.85)$$

Ak $C_T < 0,96 \cdot F$ potom

$$a = \left[-1 + \frac{4 \cdot F \cdot \sin \phi \cos \phi}{\sigma_r (C_L \sin \phi - C_D \cos \phi)} \right]^{-1} \quad (5.86)$$

Tento postup od rovnice (5.80) sa opakuje až kým sa hodnoty neustália. Takto sa získajú konečné hodnoty vtokových faktorov a uhla ϕ .